CRECIMIENTO CON SECTOR TECNOLÓGICO

INTRODUCCIÓN

El **conocimiento técnico** se caracteriza por**:**

. No rivalidad

. Excluibilidad limitada

. Sólo se produce una vez: coste fijo + coste variable nulo

Bien que incorpora innovación: coste fijo + coste variable pequeño.

Coste medio decreciente.

Luego para que se produzca: Precio > coste marginal $\Rightarrow$ competencia imperfecta.

Dos corolarios:

. Necesidad de defensa de propiedad intelectual (patentes) que conceda un cierto grado de monopolio al innovador.

. En ausencia de otras trabas, la difusión del conocimiento técnico sólo tendría la restricción temporal de las patentes

. pero no se observa que la difusión experimente esa intensidad

. Hay otros factores: escasez de **destrezas** y de **INCENTIVOS**

MODELO DE CRECIMIENTO ENDÓGENO CON SECTOR DE I+D (MODELO *SCHUMPETERIANO*)

- Suponemos tres sectores:
  - i) Sector productor del único bien final de la economía,
  - ii) Sector productor de bienes intermedios, y
  - iii) Sector de I+D.

- Suponemos que el número de trabajadores es una masa continua igual a L, constante (es decir, suponemos que no hay crecimiento poblacional, si bien es un supuesto que podemos relajar sin ninguna aportación relevante adicional). Además, suponemos que los trabajadores ofrecen su fuerza de trabajo inelásticamente.

- Suponemos que existen M industrias que producen cada una de ellas bienes diferentes (x_{it}, i = 1, 2,..., M). La producción de estos bienes intermedios sirven como inputs en el sector productor del bien final.

- **Producción del bien final**:

$$\boxed{Y_t = \theta L^{1-\alpha}\left[\sum_{i=1}^{M} A_{i,t} x_{i,t}^{\alpha}\right],} \tag{1}$$

  con $\alpha \in (0,1)$, y θ_t es la productividad total de los factores (será en general constante o, quizás, un proceso estocástico estacionario en logaritmos, representando un shock de oferta o una perturbación en productividad). Por último, $A_{i,t}$ es el parámetro de productividad de cada industria.

El problema que resuelve este sector es:

$$\underset{\left\{L,\{x_{i,t}\}_{i=1}^{M}\right\}}{Max} \ \theta L^{1-\alpha}\left[\sum_{i=1}^{M} A_{i,t}x_{i,t}^{\alpha}\right] - w_t L - \sum_{i=1}^{M} P_{i,t}x_{i,t}$$

$C.P.O.:$

$$\boxed{\begin{aligned} &P_{i,t} = \alpha\theta L^{1-\alpha} A_{i,t}x_{i,t}^{\alpha-1}, \ i = 1,2,\ldots,M \qquad (2)\\ &w_t = (1-\alpha)\theta L^{-\alpha}\left[\sum_{i=1}^{M} A_{i,t}x_{i,t}^{\alpha}\right] \qquad (3)\end{aligned}}$$

- **Sector de bienes intermedios**

Los agentes privados en la economía tienen incentivos a innovar con la esperanza de obtener beneficios de monopolio produciendo uno de los bienes intermedios con una tecnología que es $1+\gamma$ veces más productiva que la anterior. Por simplicidad, suponemos que el investigador que tiene éxito al innovar en el sector del bien intermedio *i*-ésimo en el periodo *t*, disfrutará de derechos de monopolio sólo durante ese periodo.

Ningún otro productor puede producir en *t* el *i*-ésimo bien intermedio con la tecnología mejorada, bien porque se puede mantener en secreto o por la existencia de una patente. Tras ese periodo, cualquier agente tendrá acceso a la tecnología mejorada bajo una estructura de mercado competitiva, hasta que otro investigador tenga éxito en una nueva mejora tecnológica. Cuando esto suceda este nuevo investigador podrá disfrutar de derechos de monopolio en el periodo en que la tecnología fue mejorada (aquí está detrás la idea de la ***Destrucción Creativa*** *Schumpeteriana)*

El beneficio del innovador es como sigue: el único input en la producción de cada bien intermedio es el **capital físico**, que es igual a la tasa de $A_{i,t}$ unidades de capital físico por cada unidad de bien intermedio. La evolución de $A_{i,t}$ se determina en el sector de investigación (I+D). El capital se alquila a la tasa ζ_t en un mercado perfectamente competitivo. Por tanto, el coste unitario de producir el bien intermedio *i*-ésimo es $\zeta_t\ A_{i,t}$, y el precio de ese bien está dado por la ecuación (2). Así, **el beneficio del monopolio del innovador en el bien i-ésimo será**:

$$\begin{aligned}\pi_{i,t} &= \max_{\{x_{i,t}\}}\left[P_{i,t}x_{i,t} - \zeta_t A_{i,t}x_{i,t}\right]\\ &= \max_{\{x_{i,t}\}}\left[\alpha\theta L^{1-\alpha}A_{i,t}x_{i,t}^{\alpha} - \zeta_t A_{i,t}x_{i,t}\right].\end{aligned}$$

C.P.O.:

$$\boxed{x_{i,t} = \left[\frac{\alpha^2\theta}{\zeta_t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} L} \qquad (4)$$

Nótese que (4), en la que a producción de bien intermedio *i*-ésimo no depende de ***i***, implica que la producción de todos los bienes intermedios será la misma; es decir $x_{i,t}=x_{j,t}=x_t$.para todo i, j=1,2,…M.

Sustituyendo (4) en (2) obtenemos:

$$\boxed{P_{i,t} = \frac{1}{\alpha} A_{i,t}\zeta_t,} \tag{5}$$

y, por tanto, el beneficio puede expresarse como[1]:

$$\pi_{i,t} = \underbrace{\frac{1}{\alpha} A_{i,t}\zeta_t}_{P_{i,t}} \underbrace{\left[\frac{\alpha^2\theta}{\zeta_t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} L}_{x_{i,t}} - A_{i,t}\zeta_t \underbrace{\left[\frac{\alpha^2\theta}{\zeta_t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} L}_{x_{i,t}}$$

$$= \boxed{(1-\alpha)\alpha A_{i,t}\theta L^{1-\alpha} x_t^{\alpha}} \tag{6}$$

- **Demanda de capital físico**

$$\sum_{i=1}^{M} A_{i,t}x_{i,t} = x_t \sum_{i=1}^{M} A_{i,t} = \boxed{\underbrace{x_t M A_t}_{\text{demanda de capital}} = \underbrace{K_t}_{\text{oferta de capital}}} \tag{7}$$

con $A_t \equiv \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} A_{i,t}$

[1] Nótese que bajo un equilibrio competitivo (cuando los productores del bien *i*-ésimo no tienen una patente en ese periodo), el beneficio es $\pi_{i,t} = P_{i,t}x_{i,t} - A_{i,t}\zeta_t x_{i,t}$, y de su maximización, tomando $P_{i,t}$ como dado, se obtiene que $P_{i,t} = A_{i,t}\zeta_t$, $x_{i,t} = \left[\frac{\alpha\theta}{\zeta_t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} L$, $\pi_{i,t}=0$.

- ## Sector de I+D

La productividad $A_{i,t}$ sigue una distribución Bernuilli como sigue:

- *Si la investigación es exitosa*, en la industria *i*-ésima la productividad será $A_{i,t} = (1+\gamma)A_{i,t-1}$, lo que ocurre con una probabilidad igual a $\lambda\left(\frac{N_{i,t}}{(1+\gamma)A_{i,t-1}}\right)^b \in (0,1)$ y $b \in (0,1)$, donde $N_{i,t}$ es el esfuerzo en investigación medido en términos reales, b es un parámetro que indica que un aumento en el esfuerzo investigador en términos de productividad aumenta la probabilidad de éxito menos que proporcionalmente, y, por último, λ es un parámetro que nos garantiza que tal probabilidad esté entre 0 y 1. Además, esta función se caracteriza por que cuanto mayor sea γ o $A_{i,t}$, menor será la probabilidad de que la investigación tenga éxito (más difícil resulta obtener éxito)

- *Si la investigación no tiene éxito* en la industria *i*-ésima, entonces $A_{i,t} = A_{i,t-1}$, lo que ocurre con una probabilidad igual a $1-\lambda\left(\frac{N_{i,t}}{(1+\gamma)A_{i,t-1}}\right)^b$.

El productor del bien intermedio *i*-ésimo elige su nivel de inversión en I+D (esto es, $N_{i,t}$), tal que maximice el ingreso esperado de la innovación menos el coste en I+D. El beneficio esperado es la probabilidad de que la innovación tenga éxito multiplicado por el beneficio de monopolio que se obtendría, más la probabilidad de que la innovación no tenga éxito multiplicado por el beneficio de producir el bien bajo el equilibrio competitivo (que es cero, como vimos en la nota a pie nº 1), y menos el coste del esfuerzo inversor en I+D:

$$\max_{\{N_{i,t}\}}\left[\lambda\left(\frac{N_{i,t}}{(1+\gamma)A_{i,t-1}}\right)^{b}\pi_{i,t}-N_{i,t}\right]$$

$C.P.O.:$

$$b\lambda\left(\frac{N_{i,t}}{(1+\gamma)A_{i,t-1}}\right)^{b-1}\pi_{i,t}=(1+\gamma)A_{i,t-1}\Leftrightarrow$$

$$\boxed{n_t=\left[b\lambda(1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}x_t^{\alpha}\right]^{\frac{1}{1-b}}} \qquad (8)$$

donde $n_t\equiv\dfrac{N_{i,t}}{(1+\gamma)A_{i,t-1}}$, es el esfuerzo en I+D ajustado por la productividad, independiente de i de acuerdo con (8), $x_t=\left[\dfrac{\alpha^2\theta}{\zeta_t}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}L$ y el beneficio está dado por (6).

- Ahora podemos determinar el comportamiento de la productividad media entre sectores de bienes intermedios.
  Suponiendo un gran número de bienes intermedios, podemos utilizar la ley fuerte de los grandes números para sustituir aproximadamente la media muestral por la expectativa matemática:

$$
\begin{aligned}
A_t &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} A_{i,t} \\
&\underbrace{\simeq}_{A_t \simeq E(A_t) = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} E(A_{i,t})} \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\left[\lambda n_t^b (1+\gamma) A_{i,t-1} + (1-\lambda n_t^b) A_{i,t-1}\right] \\
&\simeq \frac{1}{M}(1+\gamma\lambda n_t^b)\sum_{i=1}^{M} A_{i,t-1} \Rightarrow
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{A_t}{A_{t-1}} = (1+\gamma\lambda n_t^b).} \qquad (9)$$

  Es decir, la tasa de crecimiento de la productividad media es $\gamma\lambda n_t^b$, que debemos calcular endógenamente. Veremos más adelante que las variables de la economía crecerán a esta tasa endógena.

- Definimos el capital por unidad de eficiencia como

$$k_t \equiv \frac{K_t}{MA_{t-1}}$$

- Por tanto, de (7) se tiene que la producción de cualquier bien intermedio es

$$\boxed{x_t = \frac{K_t}{MA_t} = \frac{K_t}{MA_{t-1}}\frac{A_{t-1}}{A_t} = k_t\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{-1},} \qquad (10)$$

el beneficio del monopolista es, en unidades eficientes,

$$\pi_{i,t} = (1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}A_{i,t}x_t^{\alpha} = (1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}A_{i,t}\left(\frac{k_t}{1+\gamma\lambda n_t^b}\right)^{\alpha},$$

el coste de alquilar el capital

$$\zeta_t = \alpha^2\theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha-1}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha},$$

y el mercado para el capital físico implica que

$$\boxed{\zeta_t = r_t + \delta = \alpha^2\theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha-1}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha}.} \qquad (11)$$

- **Ley de Movimiento del Capital Agregado: la inversión bruta en capital físico, más el gasto en consumo, más el esfuerzo inversor debe ser igual a la producción agregada de la economía:**

$$K_{t+1} - (1-\delta)K_t + C_t + N_t = Y_t \Leftrightarrow$$

$$\frac{K_{t+1}}{MA_t}\frac{A_t}{A_{t-1}} - (1-\delta)\frac{K_t}{MA_{t-1}} + \frac{C_t}{MA_{t-1}} + \frac{N_t}{MA_{t-1}} = \frac{Y_t}{MA_{t-1}} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{k_{t+1}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right) - (1-\delta)k_t + c_t + n_t(1+\gamma) = \theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha},} \quad (12)$$

donde:

$$\begin{cases} \dfrac{N_t}{MA_{t-1}} = \dfrac{\sum_{i=1}^{M} N_{i,t}}{\sum_{i=1}^{M} A_{i,t-1}} = \dfrac{(1+\gamma)n_t\sum_{i=1}^{M} A_{i,t-1}}{\sum_{i=1}^{M} A_{i,t-1}} = (1+\gamma)n_t \\[2ex] \dfrac{Y_t}{MA_{t-1}} = \dfrac{\theta L^{1-\alpha}x_t^{\alpha}\sum_{i=1}^{M} A_{i,t}}{\sum_{i=1}^{M} A_{i,t-1}} = \theta_t L^{1-\alpha}x_t^{\alpha}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right) \\[2ex] \qquad = \theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha} \end{cases}$$

- Bajo el modelo de Solow, la tasa de ahorro es constante, por tanto, (12) puede escribirse como:

$$\boxed{k_{t+1}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)-(1-\delta)k_t+n_t(1+\gamma)=s\,\theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha}}, \quad (13)$$

donde el parámetro $s\in(0,1)$ es la tasa de ahorro.

- **En definitiva, dado un valor para *L*, toda la economía puede ser resumida en las siguientes dos ecuaciones que determinan la evolución del capital en unidades eficientes (k_t) y el esfuerzo inversor en I+D ajustado por la productividad (n_t):**

$$\boxed{\left.\begin{aligned} n_t &= \left[b\lambda(1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}\left(\frac{k_t}{1+\gamma\lambda n_t^b}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{1}{1-b}}, \\ k_{t+1}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)&-(1-\delta)k_t+n_t(1+\gamma)=s\,\theta L^{1-\alpha}k_t^{\alpha}\left(1+\gamma\lambda n_t^b\right)^{1-\alpha}. \end{aligned}\right\}}\text{(S1)}$$

En la segunda educación los dos primeros sumandos del lado izquierdo representan la inversión productiva bruta y el tercero la inversión en I+D. La suma de los tres tiene que ser igual al ahorro. La primera ecuación determina el esfuerzo inversor en I+D.

- **Estado estacionario:**

Definimos un estado estacionario como aquel estado tal que, una vez alcanzado, las variables endógenas del modelo crecerán a una tasa constante. Es fácil ver del sistema (S1) que tal tasa de crecimiento constante debe ser nula para que este sistema sea compatible con un estado estacionario. Por tanto, en el estado estacionario, tanto *n* como *k* serán constantes y K_t y N_t crecerán a la tasa a la que crece A_t (dada por (9)). Es fácil demostrar que el resto de las variables en unidades de eficiencia no crecen en el estado estacionario y que sus niveles crecerán a la tasa a la que crece A_t .

El sistema (S1) puede expresarse en el estado estacionario como sigue:

$$\left.\begin{aligned} n &= \left[b\lambda(1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha} \left(\frac{k}{1+\gamma\lambda n^b} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{1-b}}, \\ k\left(\gamma\lambda n^b + \delta\right) + n(1+\gamma) &= s\,\theta L^{1-\alpha} k^{\alpha} \left(1+\gamma\lambda n^b\right)^{1-\alpha}. \end{aligned}\right\} \text{(S1)}$$

Este sistema no puede resolverse analíticamente, pero sí numéricamente.

Estrategia de solución:

Paso 1: Despejar *k* de la primera ecuación:

$$k = \left(\frac{n^{1-b}}{b\lambda(1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}} \right)^{1/\alpha} \left(1 + \lambda\gamma n^b\right)$$

Paso 2: Sustituir esta ecuación en la segunda ecuación del sistema:

$$\left(\frac{n^{1-b}}{b\lambda(1-\alpha)\alpha\theta L^{1-\alpha}} \right)^{1/\alpha} \left(1 + \lambda\gamma n^b\right)\left(\gamma\lambda n^b + \delta\right) + n(1+\gamma) - s\left(1 + \gamma\lambda n^b\right)\left(\frac{n^{1-b}}{b\lambda(1-\alpha)\alpha} \right) = 0$$

es decir, una ecuación no lineal en *n*, o, puesto de otra forma: *F*(*n*)=0.

Paso 3: resolver numéricamente *F*(*n*)=0.

Para ello aplicamos el algoritmo de Newton:

Hacemos una aproximación lineal de $F(n)$ alrededor de n_0 e igualamos a cero:

$$F(n) \simeq F(n_0) + F'(n_0)(n - n_0) = 0.$$

Si despejamos n de la ecuación anterior obtenemos: $n = n_0 - \frac{F(n_0)}{F'(n_0)}$***. De forma iterativa vamos calculando*** $n_{i+1} = n_i - \frac{F(n_i)}{F'(n_i)}$***, hasta que*** $\left| n_{i+1} - n_i \right| < \varepsilon$***, con*** ε ***tan pequeño como queramos. Dado que en este proceso es necesario calcular la derivada de F(n), siendo esto bastante tedioso, podemos hacerlo numéricamente a través de la definición de derivada:***

$$F'(n) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F(n+\varepsilon) - F(n)}{\varepsilon} \approx \frac{F(n+\varepsilon) - F(n-\varepsilon)}{2\varepsilon}, \text{ con } \varepsilon = 10^{-6}.$$

En la hoja de cálculo "Solow-Schumpeter.xlsx" tenemos la solución de estado estacionario de la economía, así como los efectos de cambios en los parámetros sobre tal estado estacionario.

- Algunos resultados:

Parametrización de referencia y estado estacionario:

Parametros			Resultados de estado estacionario			
gamma	0.03		probabilidad de éxito	0.54832452		
lambda	0.5		n	1.20263912		
b	0.5		k	22.5996935		
delta	0.1		c	15.4817865		
alpha	0.36		i	2.63172833		
theta	4		crecimiento	0.01644974	1.64497356	%
L	2		y	19.3522331		
s	0.2					
epsilon	1E-06					

- Una disminución de b a 0.4:

Variaciones		
probabilidad de éxito	-0.06436454	
n	-23.3586251	%
k	25.3335373	%
c	8.33672673	%
i	23.2552924	%
crecimiento	-0.19309362	%
y	8.33672673	%

- Una disminución de λ a 0.49:

Variaciones		
probabilidad de éxito	-0.016	
n	-2.000	%
k	2.796	%
c	0.967	%
i	2.363	%
crecimiento	-0.049	%
y	0.967	%

- Una disminución de θ a 3.9:

Variaciones		
probabilidad de éxito	**-0.016**	
n	**-5.761**	**%**
k	**-1.247**	**%**
c	**-2.969**	**%**
i	**-1.655**	**%**
crecimiento	**-0.048**	**%**
y	**-2.969**	**%**

- Una disminución en la tasa de ahorro (s) a 0.15:

Variaciones		
probabilidad de éxito	**-0.090**	
n	**-30.268**	**%**
k	**-39.551**	**%**
c	**-11.512**	**%**
i	**-40.960**	**%**
crecimiento	**-0.271**	**%**
y	**-16.717**	**%**

En la hoja de cálculo pueden replicarse estos resultados, cambiando sólo los parámetros que están en la columna K.

MODELOS DE ECONOMIA CON FRONTERA TECONOLÓGICA EXTERIOR

$$Y_t = K_t^{\alpha}\left(h_t N_t\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = Be^{\psi u}\left(\frac{A_t}{h_t}\right)^{\varphi}$$

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t$$

$$\frac{\dot{N}}{N} = n\ ; \qquad \frac{\dot{A}}{A} = g$$

h = rango de técnicas que población activa utiliza; $h \leq A$.
A es frontera tecnológica que crece a tasa (exógena para el país modelizado) ***g***.

Ritmo de crecimiento de ***h*** aumenta con educación (***u***) y decrece con cercanía a frontera tecnológica (***A*)**.

B y φ son los parámetros que indican cómo un país de determinado nivel educativo es capaz de ir absorbiendo la técnicas disponibles en el mundo.

Solución del Modelo:

$$\gamma_K = sK_t^{\alpha-1} h_t^{1-\alpha} N_t^{1-\alpha} - \delta$$

$$\gamma_h = Be^{\psi u}\left(\frac{A_t}{h_t}\right)^{\varphi}$$

Tomando logs.:

$$\ln\left(\gamma_K+\delta\right)=\ln s+\left(\alpha-1\right)\ln K_t+\left(1-\alpha\right)\left(\ln h_t+\ln N_t\right)$$
$$\ln\gamma_h=\ln B+\psi u+\varphi(\ln A_t-\ln h_t)$$

Derivando respecto del tiempo en EE:

$$0=\gamma_h^{\,*}+n-\gamma_K^{\,*}$$
$$0=\varphi\left(g-\gamma_h^{\,*}\right)$$

Cuya solución es:

$$\gamma_h^{\,*}=g$$
$$\gamma_K^{\,*}=\gamma_h^{\,*}+n=g+n$$

En EE distancia a frontera constante: $\left(\frac{A}{h}\right)^{*}=cte.$

Renta per cápita en el Estado Estacionario:

Definimos las variables: $\tilde{y}=\frac{Y}{hN}$; $\tilde{k}=\frac{K}{hN}$

$$\tilde{y}_t=\tilde{k}_t^{\,\alpha}$$
$$\dot{\tilde{k}}=s\,\tilde{y}_t-\left(n+\delta+\gamma_h\right)\tilde{k}_t$$

En EE ya sabemos que $\gamma_h = g$, por lo que formalmente es igual al modelo de Solow:

$$\tilde{k}^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad ; \quad \tilde{y}^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

La Renta per cápita en el Estado Estacionario será:

$$y_t^* = \tilde{y}^* h_t^*,$$

pero en EE:

$$\frac{\dot{h}}{h} = g \quad \rightarrow \quad h_t^* = \left[\frac{B}{g} e^{\psi u} \right]^{\frac{1}{\varphi}} A_t$$

$$y_t^* = \left[\frac{s}{n+\delta+g} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left[\frac{B}{g} e^{\psi u} \right]^{\frac{1}{\varphi}} A_t$$

Expresiones en tiempo discreto

Estado Estacionario:

$$\tilde{k}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g)-(1-\delta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad y_{ct}^* = \left[\frac{s}{(1+n)(1+g)-(1-\delta)} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h_t$$

$$\left(\frac{h}{A} \right)^* = \left[\frac{B}{g} e^{\psi u} \right]^{\frac{1}{\varphi}}$$

(¡ojo! γ_h sólo es igual a g en EE)

Dinámica comparativa

Supongamos un cambio institucional que permite aumentar la elasticidad del crecimiento técnico respecto de la distancia a la frontera (φ).

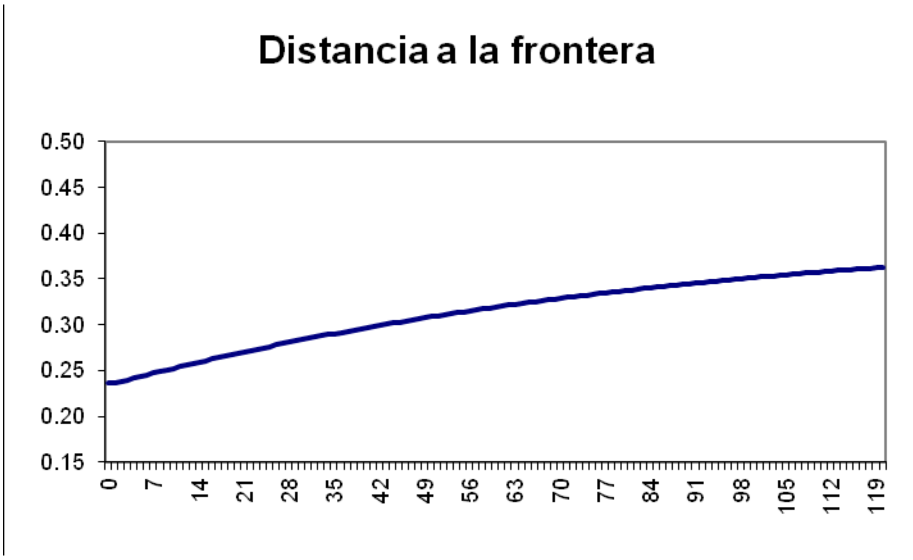
Suponga que inicialmente los parámetros eran:

α	0.35
n	0.01
δ	0.06
s	0.25
g	0.015
B	0.004
ψ	0.12
u	5
φ	0.5
A inicial	1

El EE vendrá dado por las expresiones más arriba y en él las variables relevantes tomarán los valores:

$$\tilde{k}^* = 5.243 \quad \left(\frac{h}{A}\right)^* = 0.236$$

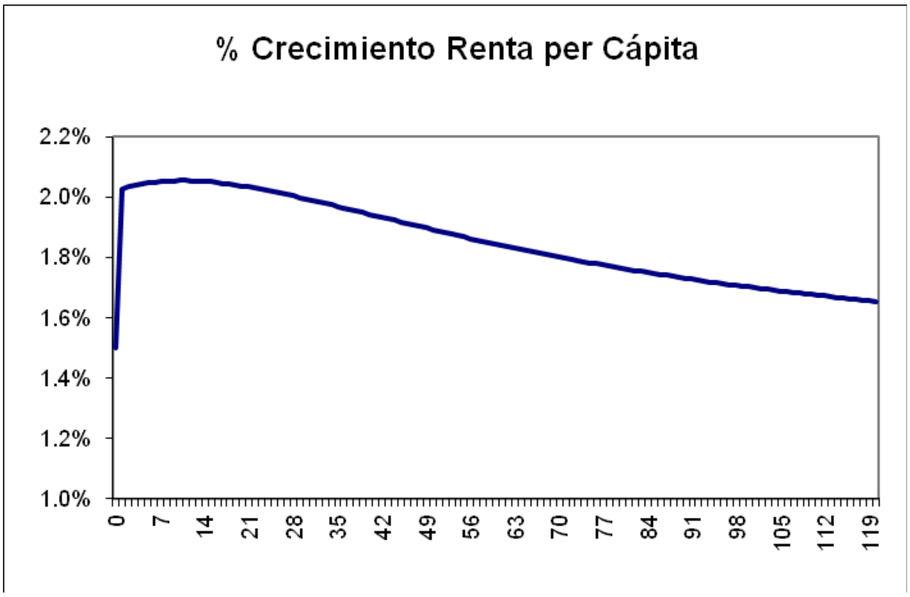
Si a partir de ahí la elasticidad φ se eleva a 0.8, la distancia a la frontera seguirá la senda:



Hasta llegar al nuevo valor del estado estacionario:

$$(h/A)^* = 0.4057$$

Y la evolución de la tasa de crecimiento de la renta per cápita será:



Diferencias en renta per cápita

Suponga un país que tiene los parámetros especificados más arriba y que tiene una renta per cápita 5 veces inferior a otro que solo se diferencia por tener una s=0.30 y una u=9, ¿cuánto del múltiplo de renta queda explicado por esas diferencias?

$$\ln\frac{y_1}{y_2}=\frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\frac{s_1}{s_2}+\ln\frac{h_1}{h_2}$$

$$\ln\frac{h_1}{h_2}=\frac{\psi}{\varphi}(u_1-u_2)$$

En Logaritmos

1.60943791	Diferencia en **y**
0.09817315	Diferencia en **s**
0.96	Diferencia en **u**
0.55126477	Diferencia no explicada

Múltiplos

5	Diferencia en **y**
1.10	Diferencia en **s**
2.61	Diferencia en **u**
1.74	Diferencia no explicada
5.00	

Las diferencias indicadas explican un múltiplo de 2.88, entre las que las diferencias en educación que facilitan la absorción de nuevas técnicas explican 2.6. El resto no está explicado.

Si ahora suponemos que dos economías tienen los mismos parámetros iniciales presentados más arriba, excepto que una, la del primer país, tiene 8 años de educación en lugar de 5 y su parámetro B es el doble (porque las mejores instituciones generan incentivos positivos que hacen más eficiente el sector educativo y más propicio a la adopción de nuevas técnicas al sector productivo). ¿Cuántas veces mayor será la renta per cápita del primer país?

$$\ln\frac{y_1}{y_2}=\frac{1}{\varphi}\ln\frac{B_1}{B_2}+\frac{1}{\varphi}\psi\left(u_1-u_2\right)$$

Solución:

	En logs	Múltiplo
diferencia en u	0.720	2.05
diferencia en B	1.386	4.00
	2.106	**8.22**

La renta per cápita de la primera será 8,2 veces. Un múltiplo de 2.04 explicado por la mayor educación y un múltiplo de 4 explicado por el mayor B.